

第2讲圆综合之线段专项训练（练习）

一、圆与勾股定理

1. 已知， $\odot O$ 的半径为1，直线 CD 经过圆心 O ，交 $\odot O$ 于 C 、 D 两点，直径 $AB \perp CD$ ，点 M 是直线 CD 上异于 C 、 D 、 O 的一个动点，直线 AM 交 $\odot O$ 于点 N ，点 P 是直线 CD 上另一点，且 $PM = PN$ 。

（1）如图1，点 M 在 $\odot O$ 的内部，求证： PN 是 $\odot O$ 的切线。

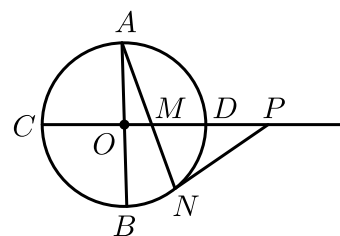


图 1

（2）如图2，点 M 在 $\odot O$ 的外部，且 $\angle AMO = 30^\circ$ ，求 OP 的长。

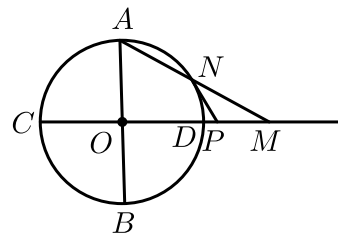


图 2

2. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 以边 AB 上一点 O 为圆心, OA 为半径的圆与 BC 相切于点 D , 分别交 AB , AC 于点 E , F .

(1) 如图1, 连接 AD , 若 $\angle CAD = 25^\circ$, 求 $\angle B$ 的大小.

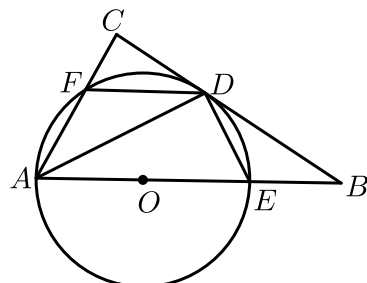


图 1

(2) 如图2, 若点 F 为 $\widehat{AD}$ 的中点, $\odot O$ 的半径为2, 求 AB 的长.

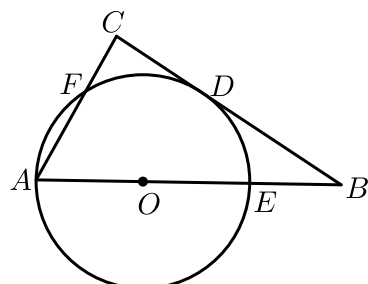
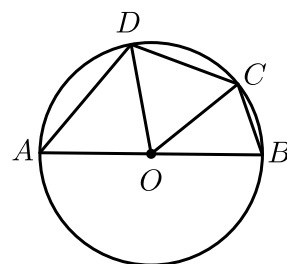


图 2

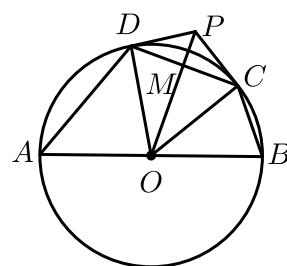
3. 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C, D 是 $\odot O$ 上的点， $\angle A = 50^\circ$ ， $\angle B = 70^\circ$ ，连接 DO, CO, DC 。

(1) 如图①，求 $\angle OCD$ 的大小。



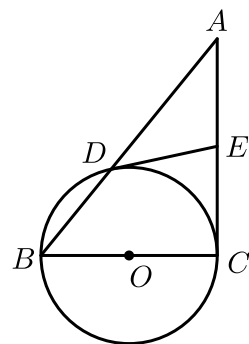
图①

(2) 如图②，分别过点 C, D 作 OC, OD 的垂线，相交于点 P ，连接 OP ，交 CD 于点 M 。已知 $\odot O$ 的半径为2，求 OM 及 OP 的长。



图②

4. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，以 BC 为直径的 $\odot O$ 交 AB 于点 D ，切线 DE 交 AC 于点 E 。

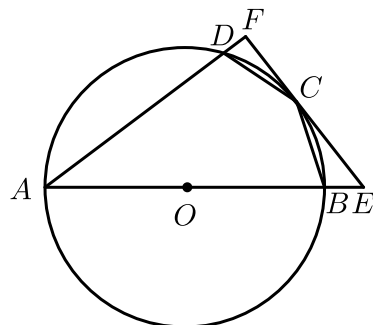


(1) 求证： $\angle A = \angle ADE$ 。

(2) 若 $AD = 16$ ， $DE = 10$ ，求 BC 的长。

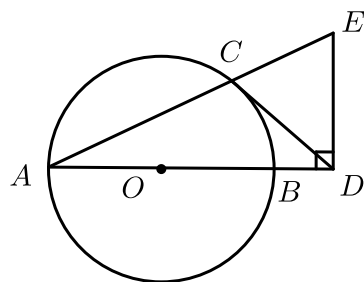
二、圆与三角函数

5. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ，点 O 在 AB 上， $BC = CD$ ，过点 C 作 $\odot O$ 的切线，分别交 AB ， AD 的延长线于点 E ， F 。



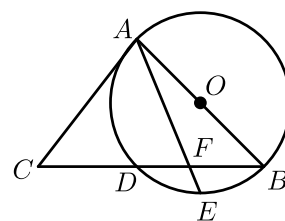
- (1) 求证： $AF \perp EF$.
 (2) 若 $\cos A = \frac{4}{5}$ ， $BE = 1$ ，求 AD 的长 .

6. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， CD 与 $\odot O$ 相切于点 C ，与 AB 的延长线交于点 D ， $DE \perp AD$ 且与 AC 的延长线交于点 E 。



- (1) 求证： $DC = DE$.
 (2) 若 $\tan \angle CAB = \frac{1}{2}$ ， $AB = 3$ ，求 BD 的长 .

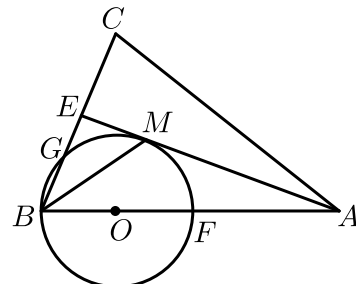
7. 如图, AB 为 $\odot O$ 直径, BC 交 $\odot O$ 于点 D , E 是弧 BD 的中点, 连接 AE 交 BC 于点 F ,
 $\angle ACB = 2\angle EAB$.



- (1) 求证: AC 是 $\odot O$ 的切线 .
 (2) 若 $AC = 6$, $\cos C = \frac{2}{3}$, 求线段 BF 的长 .

三、圆与相似

8. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， AE 是 $\angle BAC$ 的平分线， $\angle ABC$ 的平分线 BM 交 AE 于点 M ，点 O 在 AB 上，以点 O 为圆心， OB 的长为半径的圆经过点 M ，交 BC 于点 G ，交 AB 于点 F 。



- (1) 求证： AE 为 $\odot O$ 的切线．
- (2) 当 $BC = 8$ ， $AC = 12$ 时，求 $\odot O$ 的半径．
- (3) 在(2)的条件下，求线段 BG 的长．

9. 已知, AB 为 $\odot O$ 的直径, C 为 $\odot O$ 上一点, 若直线 CD 与 $\odot O$ 相切于点 C , $AD \perp CD$, 垂足为 D .

(1) 如图①, $AB = 10$, $AD = 2$, 求 AC 的长.

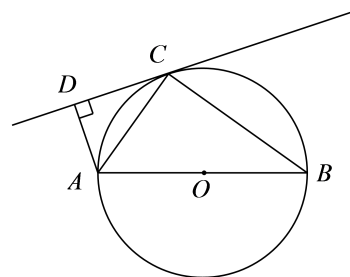


图 (1)

(2) 如果把直线 CD 向下平行移动, 如图 (2), 直线 CD 交 $\odot O$ 于 C, G 两点, 若题目中的其他条件不变, 且 $AG = 4$, $BG = 3$, 求 $\frac{AD}{AC}$ 的值.

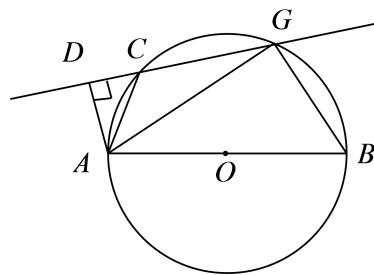
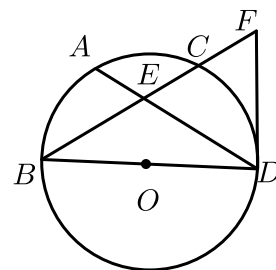


图 (2)

10. 如图， BD 为 $\odot O$ 的直径， A 为 $\widehat{BC}$ 的中点， AD 交 BC 于点 E ，过 D 作 $\odot O$ 的切线，交 BC 的延长线于 F 。



- (1) 求证： $DF = EF$.
- (2) $AE = 2$, $DE = 4$, 求 BD 长 .